

含轴对称裂纹的圆柱壳输入功率流特性

朱翔 李天匀 赵耀 严谨

(华中科技大学 交通科学与工程学院, 湖北 武汉 430074)

摘要: 广泛应用于船舶与海洋工程等领域的圆柱壳结构因冲击、腐蚀、交变载荷等外力作用下常出现裂纹损伤, 因此, 对含裂纹的圆柱壳结构的动态特性进行研究具有重要意义。对含有环向轴对称表面裂纹的无限长圆柱壳的振动与输入功率流特性进行研究, 将壳体中的表面裂纹模拟为线弹簧, 运用线弹性断裂力学, 考虑到裂纹的张开、滑移和撕裂三种状态, 建立了裂纹区域的局部柔度矩阵。分析了在周向线力作用下圆柱壳在呼吸模式下的振动与波传播特性, 并讨论了壳体中的输入能量流与裂纹参数和结构参数之间的联系。结果表明裂纹的存在改变了壳体中的振动波和能量的传播特性, 裂纹的位置和深度与功率流特性密切相关。

关键词: 功率流特性; 圆柱薄壳; 裂纹; 振动波; 局部柔度

中图分类号: U661.4

文献标识码: A

文章编号: 1673-3185(2006)04-21-05

Input Power Flow Characteristics of Cylindrical Shell with Axisymmetric Cracks

Zhu Xiang Li Tian-yun Zhao Yao Yan Jin

(Traffic Science and Engineering College, Huazhong University of Science and Technology,
Wuhan 430074, China)

Abstract: Cylindrical shell is widely adopted in the field of maritime industry. Cracks are frequently occurred due to the external forces such as impact, corrosion and alternate load, so that research on the dynamic characteristic of cylindrical shell with cracks is evidently of interest to design work. In this paper, the input power flow characteristics of infinite cylindrical shells with circumferential axis-symmetric surface cracks are focused. The vibration of the shell is described by Flügge's shell equation. The crack is modeled as line spring. In consideration of the three states of crack, the local compliance matrix at the cracked region is deduced by using the fracture mechanics. The axisymmetric vibration and wave propagation of the cracked shell is analyzed under the excitation of the line-distributed force. The relationships between the input power flow and the crack parameters along with the shell parameters are discussed. The results demonstrate that the presence of crack changes the power flow characteristics. The power flow is close related to the location and depth of the crack.

Key words: power flow characteristic; cylindrical shell; crack; vibration wave; local flexibility

圆柱壳结构由于冲击、腐蚀、交变载荷以及其他各种外力的作用, 常常会出现裂纹损伤。这些结构在工作中时常发生振动, 为保证可靠性, 对含裂纹圆柱壳结构的动态特性进行研究具有重要意义。裂纹的存在通常会产生局部柔度, 从而在很大程度上影响到整个结构的振动响应特性, 导致结构振动特性参数(频率、模态等)的变化, 因此基于振动的损伤识别方法目前得到了普遍应用。但是圆柱壳结构相对于板和梁结构更为复杂, 对其的研究工作仍相对较少。目前, 已有用不同的

方法进行研究, 如基于频率的方法^[1]、模态应变能方法^[2]、神经网络^[3]等方法。

从结构波的观点来看, 结构的振动也可以理解为波在结构中的传播, 当波到达结构中裂纹所在的不连续区域时, 会产生反射和透射。因此, 考察波在含有裂纹的圆柱壳中的传播可以得到圆柱壳中裂纹的相关信息, 为圆柱壳中裂纹的识别提供依据。文献[4]和[5]分别研究了裂纹梁和含表面裂纹的圆板中的振动波的传播和能量流的特性。有关裂纹圆柱薄壳的振动与波传播特性还有

收稿日期: 2006-04-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50375059)

作者简介: 朱翔(1980-), 男, 博士研究生, 研究方向: 船舶结构振动与噪声控制、结构损伤检测。E-mail: zhxhust@tom.com

待研究。

本文运用线弹性断裂力学的理论得到裂纹区域的局部柔度矩阵,建立了在该区域位移与内力之间的联系。考虑线力激励下振动波在壳体中的传播,对比了含裂纹圆柱壳在不同裂纹特性参数和壳体结构参数下的波传播和能量流,得到了壳体中输入功率流特性随裂纹和壳体参数变化的规律。

1 圆柱壳的模型

考虑一无限长的弹性薄壁圆柱壳,壳厚为 h , 平均半径为 R 。假定在圆柱壳中有一环向轴对称表面裂纹,裂纹贯穿于整个环向,其深度 a 沿着环向是均匀的,并且假定裂纹总是张开的。隔离出圆柱壳中的一个单位宽度的含裂纹单元,如图1所示。在壳体的横截面上有四种内力,它们分别为轴向力 N_x 、弯矩 M_x 、有效径向剪力 Q_x 和有效周向剪力 $N_{x\theta}$ 。

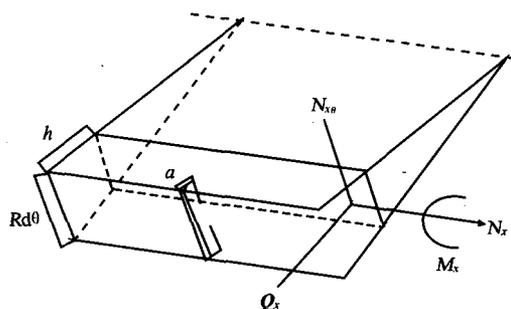


图1 环向表面裂纹圆柱壳模型

结构中裂纹的存在会在该区域产生附加的局部柔度,引起了裂纹两侧位移的不连续性。对于表面裂纹,可以用分布的线弹簧来模拟裂纹,这样

在裂纹区域的局部变形可以通过裂纹引起的局部柔度给出^[6]:

$$\delta_i^R - \delta_i^L = C_{ij} P_j \quad (1)$$

式中, δ_i^L 与 δ_i^R 分别是在裂纹截面的左右两侧的位移, C_{ij} 为局部柔度, P_j 为广义内力。

根据线弹性断裂力学中广义位移 U_i 与应变能释放率 J 之间的关系:

$$U_i = \frac{\partial}{\partial P_j} \int_0^a J da \quad (2)$$

由卡氏定律可得:

$$C_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial P_j} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \int_0^a J da \quad (3)$$

另外,应变能释放率 J 也可由应力强度因子(SIF)来表达^[1]:

$$J = \frac{1}{E'} \left[\left(\sum_{n=1}^4 K_{I,n} \right)^2 + \left(\sum_{n=1}^4 K_{II,n} \right)^2 + k \left(\sum_{n=1}^4 K_{III,n} \right)^2 \right] \quad (4)$$

式中, $K_{I,n}$ 为张开状态下裂纹对应的应力强度因子, $K_{II,n}$ 为滑移状态下裂纹对应的应力强度因子, $K_{III,n}$ 为裂纹在剪切状态下的应力强度因子。在平面应力状态下 $E' = E$; 在平面应变状态下 $E' = E / (1 - \mu^2)$, $k = 1 + \mu$, E 为弹性模量, μ 为泊松比。

不同状态下裂纹的应力强度因子见表1^[7]。

表1中, F_n 为无量纲修正系数,是裂纹深度与壳厚之比的函数。其中,

$$F_1 = F_4 [0.752 + 1.287\alpha + 0.37(1 - \sin\alpha)^3] / \cos\alpha$$

$$F_2 = F_4 [0.923 + 0.199(1 - \sin\alpha)^4] / \cos\alpha$$

$$F_3 = (1.122 - 0.561\bar{\alpha} + 0.085\bar{\alpha}^2 + 0.18\bar{\alpha}^3) / \sqrt{1 - \bar{\alpha}}$$

$$F_4 = \sqrt{\tan\alpha / \alpha} \quad \bar{a} = a/h \quad \alpha = \pi\bar{a}/2$$

表1 应力强度因子

	N_x	M_x	Q_x	$N_{x\theta}$
$K_{I,n}$	$F_1 N_x \sqrt{\pi a} / h$	$6 F_2 M_x \sqrt{\pi a} / h^2$	0	0
$K_{II,n}$	0	0	$1.5 F_3 Q_x (1 - 0.5 \bar{a}^2) \sqrt{\pi a} / h$	0
$K_{III,n}$	0	0	0	$F_4 N_{x\theta} \sqrt{\pi a} / h$

将各种状态下的应力强度因子表达式代入到式(4)中,并对式(4)中的各内力 P_j 微分两次,则得到对应于不同内力作用下的局部柔度矩阵 $[C]$ 。它不仅考虑了弯曲变形和轴向变形的耦合,而且考虑了轴向、弯曲与横向剪切变形之间的耦合。图2给出了在不同裂纹深度下局部柔度矩阵对角线元素随裂纹深度变化的曲线。可见,不同内力作用下的局部柔度都随裂纹深度的增大而增大,其中关于 M_x 的局部柔度值要比其他三种内力相关的柔度值高出4个数量级。这个结论与文献[6]中“裂纹梁中与各内力相关的局部柔度

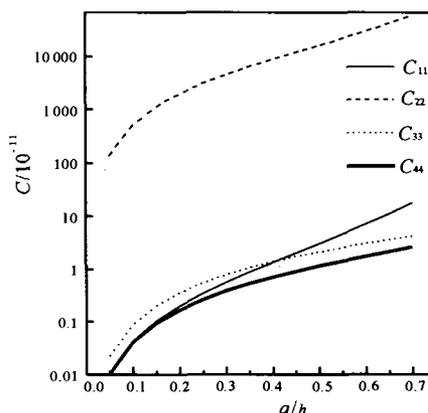


图2 不同裂纹深度下的局部柔度

中由弯矩产生的局部柔度占绝对优势”这一结论是一致的,表明在壳体中各内力引起的裂纹的局部柔度也有和在梁中类似的性质。

2 圆柱壳中的波传播

考虑如图3所示的无限长圆柱壳,壳的中面用 x, θ 坐标描述, x 坐标表示壳的轴向方向, θ 坐标表示壳的周向方向,壳中面的位移分量用 u, v, w 表示。假定壳体作轴对称运动,则壳体在 $u-w$ 方向的运动与 v 方向的运动互不耦合,在 $u-w$ 方向自由振动可用 Flügge 方程表示^[8]:

$$\begin{aligned} u_{xx} + \mu w_x - Kw_{xxx} - \rho R^2(1-\mu^2)/Eu_u = 0 \\ K[-u_{xxx} + w_{xxxx} + w] + \mu u_x + w + \rho R^2(1-\mu^2)/Ew_u = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $\omega_x = R\partial/\partial x, u_u = \partial^2 u/\partial t^2, K = h^2/12R^2$ 为壳厚因子, ρ 是密度。

当壳体做呼吸模式($n=0$)的运动时,在 $u-w$ 方向上式(5)的解可用如下波传播的形式表达^[9]:

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{s=1}^3 U_{0s} \exp(-ik_{0s}x + i\omega t) \\ w &= \sum_{s=1}^3 W_{0s} \exp(-ik_{0s}x + i\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中, k_{0s} 是轴向波数, ω 是圆频率,下标 0 表示周向模态数 $n=0$ 。这时沿着正向或者负向方向上分别有 3 支波。 U_{0s} 和 W_{0s} 分别为轴向和径向位移幅值。

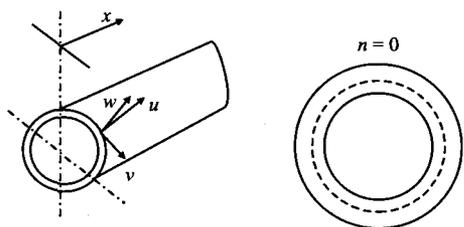


图3 圆柱壳坐标系及周向模态

将式(6)代回式(5)可得到关于系数 U_{0s} 和 W_{0s} 的方程组。对此方程组不全为零的解,其系数行列式为零,则可得到关于无因次轴向波数 λ^2 ($\lambda = k_{0s}R$) 的特征方程。求解特征方程,可得到三对大小相等、符号相反的根。

根据根的性质,它们表示了不同的波运动。当 λ_i 为实数时,它是传播波;当 λ_i 为虚数时,它是近场衰减波;当 λ_i 为复数时,它必须以共轭形式出现,即 $\lambda = \delta \pm ir$,它表示衰减驻波。将求得的轴向波数代回式(1),可得特征向量 $\Phi_{0s} = U_{0s}/W_{0s}$,它表示对特定的波(0, s)下壳体纵向位移与径向位移的比值,表明这支波的传播性质是以伸波还是以弯曲波为主。

沿着波的传播方向,在壳壁横截面上考虑三种内力,它们分别为轴向力 N_x 、弯矩 M_x 和有效径向剪力 Q_x 。对周向模态 $n=0$,它们分别为^[8]:

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \frac{D}{R} \sum_{s=1}^3 [\Phi_{0s} \lambda_s + \mu n \Psi_{0s} + \mu - K \lambda_s^2] W_{0s} \\ M_x &= DK \sum_{s=1}^3 [\lambda_s^2 - \mu n^2 - \Phi_{0s} \lambda_s - \mu n \Psi_{0s}] W_{0s} \\ Q_x &= \frac{D}{R} K \sum_{s=1}^3 [(\lambda_s^3 - \mu n^2 \lambda_s - \Phi_{0s} \lambda_s^2 - \mu n \Psi_{0s} \lambda_s) - (1-\mu)(2n^2 \lambda_s + 0.5n^2 \Phi_{0s} + 1.5n \Psi_{0s} \lambda_s)] W_{0s} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中, D 为拉伸刚度, $D = Eh/(1-\mu^2)$ 。

假定圆柱壳在 $x=0$ 处受周向简谐分布力 $F_0 \exp(i\omega t)$ 激振,由于壳体及外载荷的对称性,可只研究右边半无限壳,而将对称面($x=0$)处的几何约束作为边界条件求解。当 $n=0$ 时,沿着壳壁有 3 支未知幅值的波传播。在 $x=0$ 处的边界条件为:

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= 0 \\ \partial w_0 / \partial x &= 0 \\ Q_{x0} &= -F_0/2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

把位移和内力的表达式代入到以上边界条件中,则可求出三个未知系数 W_{0s} ,继而可以求得任意截面 x 的位移和内力。

3 圆柱壳中的输入功率流

同样假定圆柱壳在 $x=0$ 处受周向余弦分布简谐力 $P \exp(i\omega t)$ 激振,裂纹和环向外力之间的距离为 c 。仅考虑圆柱壳轴对称振动,沿着 $x > 0$ 和 $x < 0$ 的方向分别有 3 支波传播。当正向传播的波到达裂纹位置时会在此处引起反射和透射。在薄壁圆柱壳中,当圆柱壳存在不连续区域时,要在不连续截面使用连续条件,虚波数波和复波数波是不能忽略的^[10]。这样在裂纹的左侧有 3 支入射波和 3 支反射波(反向传播的波)出现,在裂纹的右侧则有 3 支透射波(正向传播的波)。故在壳体中共有 12 支未知系数的波,需要有 12 个连续条件来求解。

在外力作用处 $x=0$,两侧的位移是连续的,因此有:

$$u^R = u^L, \quad \partial w^R / \partial x = \partial w^L / \partial x, \quad w^R = w^L \quad (9)$$

式中, $u^R = u_x^i + u_x^r, u^L = u_x^t + u_x^r$ 。上标 R 表示截面的右边, L 表示截面的左边, i 表示正向传播的入射波, r 表示反向传播的反射波。

在 $x=0$ 处的外力的边界条件为:

$$N_x^R = N_x^L, \quad M_x^R = M_x^L, \quad Q_x^R = Q_x^L + F \quad (10)$$

在裂纹所在截面 $x=c$ 处,左右两边的壳体内

力相等。

$$N_x^R = N_x^L, \quad M_x^R = M_x^L, \quad Q_x^R = Q_x^L \quad (11)$$

式中, $N_x^R = N_x^i, N_x^L = N_x^i + N_x^r$, t 表示正向传播的透射波。另外内力的形式与 N_x 是类似的, 在此不逐一列出。

对于圆柱壳的轴对称振动, 裂纹的存在导致了裂纹区域的附加位移, 其中包括壳体中的轴向位移 u , 转角 $\partial w / \partial x$ 和径向位移 w 。在裂纹两边的位移协调条件可表示如下:

$$\begin{bmatrix} u^R - u^L \\ (\partial w^R / \partial x) - (\partial w^L / \partial x) \\ w^R - w^L \end{bmatrix} = [C'] \begin{bmatrix} N_x \\ M_x \\ Q_x \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中, $u^R = u^i, u^L = u^i + u^r$, 其他位移形式与其类似。[C'] 为略去矩阵 [C] 中与有效周向剪力 $N_{x\theta}$ 有关的项之后得到的 3×3 矩阵。

根据以上所列边界条件式 (9) ~ 式 (12), 共有 12 个边界条件方程。

当结构上某点受简谐力 $F e^{i\omega t}$ 作用, 而在该点产生速度响应 $V e^{i\omega t}$ 时, 可按时间平均求得该点的功率流:

$$P_F = \frac{1}{2} \text{Re} \{ F V^* \} \quad (13)$$

式中, “*” 表示共轭。

故由外载荷输入壳体的功率流为:

$$P_{in} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \text{Re} \{ i\omega F_0 W^*(0) \} R d\theta = \pi R \text{Re} \{ i\omega F_0 W^*(0) \} \quad (14)$$

定义无量纲功率流为:

$$P_{inno} = \frac{P_{in}}{F_0^2 \pi} \sqrt{\rho E R^2 (1 - \mu^2)}$$

求出完善壳和裂纹壳中的波幅值, 则可得到输入系统的功率流以及它们与裂纹参数之间的关系。

数值分析及讨论

1. 无限长完善圆柱壳的波传播特性

取无阻尼圆柱壳的厚度半径比 $h/R = 0.05$, 对比 $\mu = 0.3$ 进行数值计算。

图 4(a) 表示当周向波数 $n = 0$ 时, 无量纲波随无量纲频率 Ω 变化的频散曲线。图 4(b) 向波数 $n = 0$ 时两支波对应的特征向量幅值随无量纲频率 Ω 变化的曲线。横轴以上的实线传播波; 横轴以下的实线表示近场衰减波; 衰波用虚线表示, 实部在横轴以上, 虚部在横轴以下。由图 4 可得, 刚开始只有一种传播波出现, 随着频率的增大, 会有第二种传播波出现。v 方向

的波与 $u-w$ 方向的波相互不耦合 (未在图上画出)。两支传播波分别标以 a、b。在 $\Omega > 1$ 的高频区, a 波和 b 波的相速度分别接近平面薄板中的弯曲波的相速度和纵向伸缩波的相速度。对于 a 波, 在 $\Omega < 1$ 时, 其 U/W 比 1 大很多, 基本为纵向伸缩波的性质, 表明这支波具有与杆的纵向伸缩波相近的相速度。在环频率 $\Omega = 1$ 处, a 波发生明显变化而成为弯曲波, 这可以从图 4(b) 中 a 波的 U/W 在高频率区远小于 1 所得到。对于 b 波, 由于在 $n = 0$ 时扭转成分与其他成分不耦合, 因此其在起始频率处具有弯曲波的性质, 随着频率的增大, 其 U/W 远大于 1, b 波转化为纵向伸缩波。对于衰减波, 其截止频率是 b 传播波的起始频率。

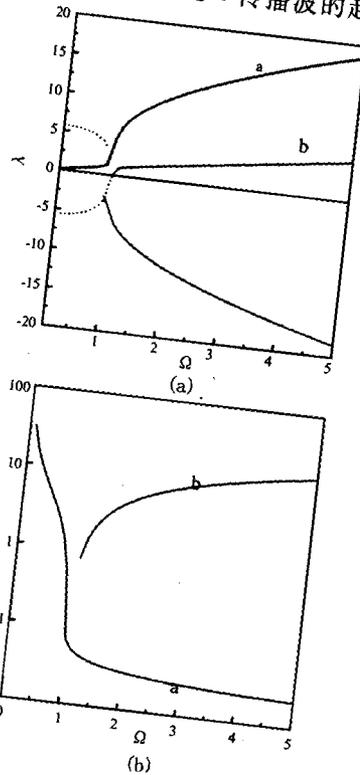


图 4 圆柱壳的频散曲线和特征向量

4.2 圆柱壳的波传播与输入功率流特性

对裂纹圆柱壳和完善圆柱壳的输入功率流分别进行了计算。计算表明在周向波数 $n = 0$ 时, 完善壳的无量纲输入功率流曲线在环频率附近取得一个峰值, 而随着频率的增大, 裂纹壳的输入功率流曲线绕完善壳的曲线上下波动, 这一特性在频率较高时体现更为明显。

分别改变管壁中裂纹的深度 a 和位置 c , 考察裂纹位置和深度对输入功率的影响, 如图 5 所示。由图 5(a) 可见, 相同的裂纹深度下, 激励点离裂纹越远, 其输入功率流曲线绕完善壳上下波动地越快, 表明输入功率流对频率的敏感性

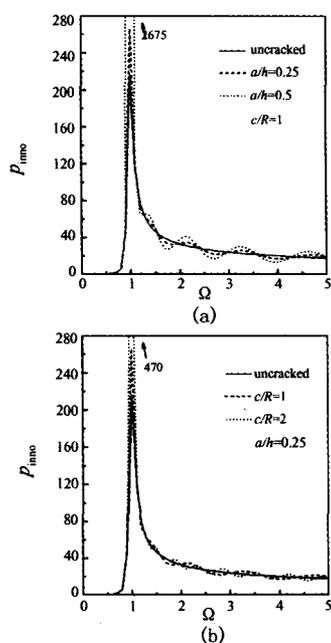


图5 不同裂纹位置和深度的无量纲输入功率流曲线

越深,其输入功率流曲线绕完善壳上下波动的幅度越大,这是由于柔度增大而引起的。另外可以发现,在环频率附近,裂纹壳的输入功率流曲线的峰值要比完善壳的峰值大,这是因为裂纹导致了壳体刚度的降低,从而引起系统的响应增大。

在图6中(a)和图6(b)中,分别改变壳体的厚度半径比 h/R 以及壳体的结构阻尼 η ,考察不同的壳体参数对输入功率流的影响,其中的裂纹参数取为 $a/h=0.25, c/R=1$ 以便和图5的曲线进行对比。从图6(a)中可见,减小壳体的厚度半径比,无论是对完善壳还是裂纹壳,都会使各个频率下输入到壳体的功率流增大,比如对于裂纹壳,在同样的裂纹参数下($a/h=0.25, c/R=1$),当 $h/R=0.05$ 时,在峰值的无量纲输入功率流为266;而当 $h/R=0.02$,这个值则增大到887。

当引入结构阻尼后,对比图5(a)和图6(b)可见,阻尼使完善壳和裂纹壳在波峰处的输入功率流得到削减,但在其他频率上对输入功率流的大小影响较小。

5 结论

本文对含有环向轴对称表面裂纹的无限长圆柱壳在呼吸模式振动下的输入功率流特性进行了研究,对比了含裂纹圆柱壳在不同裂纹特性参数和壳体结构参数下的波传播和能量流,表明裂纹的存在改变了壳体中的输入功率流特性,裂纹越深,输入功率流曲线波动幅度越大,裂纹位置距离输入点越远,波动越快。减小厚度半径比会使完善壳和裂

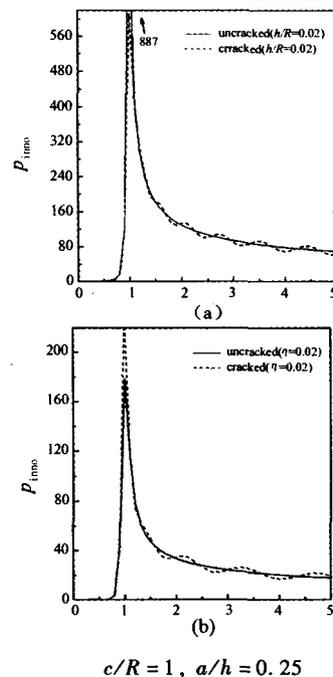


图6 不同壳体参数时的无量纲输入功率流曲线

纹壳在各个频率下的输入功率流增大,阻尼的引入会使裂纹壳的输入功率流的峰值得到削弱。

参考文献

- [1] NIKPOUR K. Diagnosis of axisymmetric cracks in orthotropic cylindrical shells by vibration measurement [J]. *Composites Science and Technology*, 1990, 39(1):45-61.
- [2] SRINIVASAN M G, KOT C A. Damage index algorithm for a circular cylindrical shell [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 215(3):587-591.
- [3] 罗跃刚, 曾海泉, 闻邦椿. 基于神经网络的壳体结构损伤诊断研究 [J]. *机械强度*, 2002, 24(2):212-215.
- [4] LI T Y, ZHANG T, LIU J X, ZHANG W H. Vibrational wave analysis of infinite damaged beams using structure-borne power flow [J]. *Applied Acoustics*, 2004, 65(1):91-100.
- [5] LI T Y, LIU J X, ZHANG T. Vibrational power flow characteristics of circular plate structures with peripheral surface crack [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 276(3-5):1081-1091.
- [6] GOUNARIS G, DIMAROGONAS A. Finite element of a cracked prismatic beam for structural analysis [J]. *Computers and Structures*, 1988, 28(3):309-313.
- [7] TADA H, PARIS P C, IRWIN G R. *The stress analysis of cracks handbook* [S]. Hellertown, Pennsylvania: Del Research Corporation, 1973.
- [8] FLÜGGE W. *Stress in Shells* [M]. Berlin and New York: Springer-Verlag, 1973.
- [9] XU M B, ZHANG X M, ZHANG W H. The effect of wall joint on the vibrational power flow propagation in a fluid-filled shell [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 224(3):395-410.
- [10] KUMAR R, STEPHENS R W B. Dispersion of flexural waves in circular cylindrical shells: proceedings of the Royal Society of London, Series A (Mathematical and Physical Sciences) [C]. London, UK: Imperial Coll, 1972:283-297.