

舰船加筋复合材料层合板的导纳分析

郎彦洪明

大连理工大学 船舶工程系, 辽宁 大连 116024

摘要: 应用有限元法对加筋复合材料层合板结构进行固有振动特性和导纳特性分析。基于一阶剪切理论的复合材料层合板理论, 采用4节点 Mindlin 壳单元进行结构离散, 通过动力学原理建立结构动力学有限元方程, 并编制出相应的计算机程序。针对双向加筋复合材料结构进行分析, 讨论不同结构模态阻尼系数、不同激励位置、不同边界条件和加筋的疏密程度对结构原点导纳及跨点导纳的影响。依据计算结果, 可以进一步研究舰船复杂结构振动能量的传递和隔振效果, 为追求最佳振动和声学设计提供分析方法。

关键词: 复合材料层合板; 一阶剪切理论; Mindlin 壳单元; 原点/跨点导纳

中图分类号: U661.4

文献标识码: A

文章编号: 1673-3185(2007)04-01-06

Mobility Characteristics Analysis of Stiffened Laminated Composite Plates for Ships

Lang Yan Hong Ming

(Department of Naval Architecture & Ocean Engineering, Dalian University of Technology,
Dalian 116024, China)

Abstract: The natural vibration and mobility of stiffened laminated composite plate were investigated with the finite element method. Based on the first-order shear deformation theory for laminated composite plate, Mindlin shell elements with four nodes were utilized to obtain a discrete structure. Also the finite element dynamic equations of structure were formulated, and computer code was developed. The facts that the driving-point mobility and transfer-point mobility of the structure varies with the change of factors, e. g. stiffened plate's damping, exciting position, boundary condition and the number of the stiffened beams, were discussed. The calculation results could be used as a basis for further research of efficiency of power transfer and vibration isolation. A method for optimum design of vibration and acoustics could be obtained.

Key words: composite laminated plate; first-order shear deformation theory; Mindlin shell element; driving-point and transfer-point mobility

1 引言

复合材料层合板是一种力学性能优良的结构, 具有减振、抗疲劳、可设计和易成型等优点。随着材料工程的发展, 复合材料层合结构在舰船工程领域得到了越来越广泛的应用。由于加筋板结构是舰船工程中最常见的一种结构形式, 且在研究复杂结构振动响应和动力传递的计算中, 工程上一般采用机械阻抗的方法, 即将振动系统分成若干子结构, 由子结构的阻抗特性, 研究整个系统的动力特性和隔振效果。因此, 对加筋复合材料层合板进行导纳分析具有十分重要的工程

意义。

机械导纳的概念是在20世纪30年代提出的, 应用导纳的概念处理复杂结构系统的振动响应和能量传递问题方便而有效^[1]。古典的导纳理论将结构上激励和响应的作用面积近似为一个点, 认为结构的传递导纳远小于结构的原点导纳^[2], 即认为激励结构和被激励结构之间的连接点仅沿一个方向运动, 且作用力方向亦相同。因此, 忽略了传递导纳的影响, 使得计算结果存在一定的误差^[3]。1989年, Hammer等人^[4]提出了条形导纳的概念, 考虑了接触表面一个方向尺寸的影响。Dai等人^[5]于1999年提出用等效结点导

收稿日期: 2007-05-24

作者简介: 郎彦(1982-), 女, 硕士研究生。研究方向: 舰船复合材料动力特性。E-mail: langyan1982@163.com

纳方法,研究无限大矩形接触面积上受均布力激励时,振动能量传递的情况。2000年,戴珏^[6]利用复功率概念和计算振强的方法推导出受均布力激励时,无限大矩形板表面导纳的解析表达式。

针对纤维增强复合材料层合板,应用有限元法分析了加筋结构的固有振动特性和导纳特性。基于考虑横向剪切变形中一阶剪切理论的复合材料层合板理论,得到复合材料层合板的弹性矩阵。在板壳模型中,将中面挠度和转角考虑分项独立插值模式,结构采用4节点 Mindlin 壳单元进行结构离散,通过动力学原理建立结构动力学有限元方程。根据机械导纳的定义,结合结构振动模式的正交性质,推导出机械导纳矩阵与简谐激励力的圆频率、结构固有频率和振型的关系。为了考核分析模型与程序的可靠性,对简单层合板用 ANSYS 程序进行了对比分析,为研究舰船结构振动响应和隔振问题提供了理论依据和方法。

2 理论分析

本文仅考虑小变形状态,基于一阶剪切理论得到层合板结构有限元单元特征矩阵。根据动力学原理建立结构动力学有限元方程,计算出结构的固有频率和相应的振型。结合导纳的定义,推导出多自由度系统导纳矩阵的表达式。

2.1 层合板结构有限元单元特征矩阵形成

基于 Mindlin 板假设,采用一阶剪切理论,设层合板内任意点沿各方向的位移场为^[7]:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0 + z\theta_x \\ v(x, y, z) &= v_0 - z\theta_y \\ w(x, y, z) &= w_0 \end{aligned} \quad (1)$$

式中, u_0 、 v_0 和 w_0 分别表示板中面沿 x 、 y 和 z 轴方向的位移; θ_x 和 θ_y 分别为绕 x 和 y 轴的转角。

将式(1)代入几何协调方程可以得到层合板的应变与位移的关系。对于单层板本构关系为^[8-9]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

根据单层板纤维方向与坐标轴的关系,可以得到分析坐标下的单层板平面内和出平面材料弹性矩阵和应变向量 $[\overline{Q}_l]$ 、 $[\overline{Q}_{out}]$ 、 $\{\varepsilon_l\}$ 和 $\{\varepsilon_{out}\}$,层合板内力向量可将单层板应力沿厚度方向积分得到:

$$\begin{aligned} \{N\} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{\sigma_l\} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\overline{Q}_l]^k \{\varepsilon_l\} dz \\ \{M\} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{\sigma_l\} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\overline{Q}_l]^k \{\varepsilon_l\} z dz \\ \{Q\} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{\sigma_{out}\} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\overline{Q}_{out}]^k \{\varepsilon_{out}\} dz \end{aligned} \quad (3)$$

将 $\{\varepsilon_l\} = \{\varepsilon_0\} + \{x\}$ 代入式(3),写成矩阵的形式,即可得到层合板应力与应变的关系:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{44} & H_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{45} & H_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \eta_x \\ \eta_y \\ \eta_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

式中, $[A]$ 、 $[B]$ 、 $[D]$ 和 $[H]$ 分别为层合板面内刚度矩阵、耦合刚度矩阵、弯曲刚度和剪切刚度矩阵。

层合板单元质量阵的形成与各向同性板单元质量阵的形成过程一致,采用一致质量阵。

2.2 导纳矩阵的形成

由 Hamilton 原理,在动载荷作用下结构的振动方程可表示为:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f(t)\} \quad (5)$$

式中, $[M]$ 、 $[C]$ 和 $[K]$ 分别表示结构系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\{f(t)\}$ 和 $\{x\}$ 分别表示激励力和位移响应向量。

令 $\{x\} = \{X\}e^{j\omega t}$ 和 $\{f(t)\} = \{F\}e^{j\omega t}$,代入式(5),则:

$$(j\omega[M] + [C] + [K]/j\omega)j\omega\{X\} = \{F\} \quad (6)$$

令 $j\omega\{X\} = V$,则由式(6)可以得到机械阻抗的表达式:

$$[z(\omega)] = [K] - \omega^2[M] + j\omega[C] \quad (7)$$

即导纳矩阵可表示为:

$$[Y(\omega)] = [Z(\omega)]^{-1} \quad (8)$$

由于结构振动阻尼机理的复杂性,假设结构阻尼矩阵 $[C]$ 满足比例阻尼模式,根据结构振动模式的正交性质 $[\phi]^T[M][\phi] = [I]$,取结构前 N 阶模态,进行正则化处理,则导纳矩阵为:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix}_{N \times N} =$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{j\omega}{(\omega_i^2 - \omega^2 + 2j\xi_i\omega_i\omega)} \begin{Bmatrix} \phi_{1m} \\ \phi_{2m} \\ \vdots \\ \phi_{Nm} \end{Bmatrix} \{ \phi_{1n} \ \phi_{2n} \ \dots \ \phi_{Nn} \}$$

也可以写成:

$$[Y_{mn}(\omega)] = \sum_{i=1}^N \frac{j\omega}{(\omega_i^2 - \omega^2 + 2j\xi_i\omega_i\omega)} \{ \phi_{im} \}^T \{ \phi_{in} \} \quad (9)$$

式中, ω 是作用在结点 n 处单位幅值简谐激励的圆频率; ω_i 为第 i 阶固有频率; ϕ_{im} 和 ϕ_{in} 分别为第 i 阶模态结点 m 和 n 处振型值; ξ_i 为模态阻尼。

3 加筋复合材料层合板的导纳计算

3.1 复合材料层合板考核算例

为了考核上述理论模型和编制程序的可靠性,对铺层顺序为 $[0/90_{10}/0]$ 正交铺设的复合材料层合板结构的固有频率和振型进行分析。其边界条件为四边简支,形状就是边长 270 mm 的正方形,单层板厚度为 0.125 mm。增强纤维和树脂基的材料特性为 $\nu_{12} = 0.33$ 、 $E_{11} = 1.35 \times 10^{11}$ Pa、 $E_{22} = 8.8 \times 10^9$ Pa、 $G_{12} = G_{23} = G_{13} = 4.8 \times 10^9$ Pa 和层合板等效密度 $\rho = 1380$ kg/m³。层合板有限元分析模型中,板上共剖分 81 个 4 节点 Mindlin 复合材料层合单元。

将算例用 ANSYS 进行了对比分析,采用 Shell99 线性层合单元。表 1 列出了 ANSYS 和本程序的 1~5 阶模态频率计算结果,从表中可以看出它们基本吻合。ANSYS 程序采用 shell99 单元是 8 节点,本程序中采用的 Mindlin 单元是 4 节点,在同样网格密度下,由于单元插值阶数的差异导致随模态阶数的增加,本程序计算结果比 ANSYS 计算结果误差逐渐增加,误差是模型化的影响。

表 1 四边简支复合材料层合板 1~5 阶模态频率比较 (Hz)

模态阶数	ANSYS 计算值 (8 节点 Shell99 单元)	本程序计算值 (4 节点 Mindlin 单元)	误差/ %
1	102.85	102.50	0.34
2	271.37	273.38	0.74
3	303.77	306.79	0.98
4	410.19	402.03	2.09
5	578.07	601.17	3.84

3.2 双向加筋复合材料层合板分析模型

双向加筋复合材料层合板边长分别为 80 m 和 7.2 m,纵桁采用 T 型材,腹板和面板尺寸分别为 300 × 10 (mm) 和 100 × 10 (mm),纵桁间隔为 2.4 m。

加强筋采用扁钢,尺寸为 100 × 10 (mm),模型 I 中加强筋间隔为 0.8 m,模型 II 中加强筋间隔为 1.6 m。

结构采用纤维增强复合材料层合板,纤维铺层为 $[\pm 45^\circ]_{40s}$,单层板厚度为 0.125 mm。纤维和树脂材料特性为 $\nu_{12} = 0.28$ 、 $E_{11} = 1.38 \times 10^{11}$ Pa、 $E_{22} = 9.0 \times 10^9$ Pa、 $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 4.8 \times 10^9$ Pa 和层合板等效密度 $\rho = 1656$ kg/m³。

有限元分析中加筋板的板、桁材(腹板与面板)和筋均采用壳单元模拟。模型 I 将四边简支的加筋板剖分为 720 个结点和 682 个单元,模型 II 将四边简支的复合材料层合板剖分为 635 个结点 592 个单元,网格剖分见图 1 和图 2。

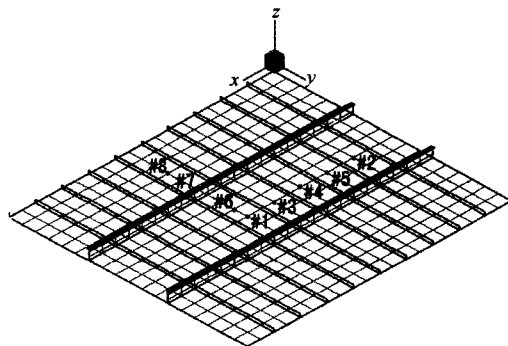


图 1 分析模型 I

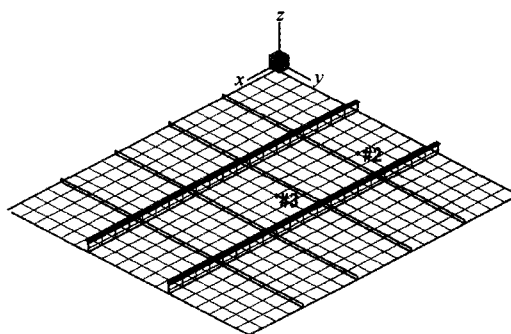


图 2 分析模型 II

3.3 双向加筋复合材料层合板振动模态分析

模型 I 和模型 II 的低阶振动固有频率和振型如图 3 和图 4 所示。

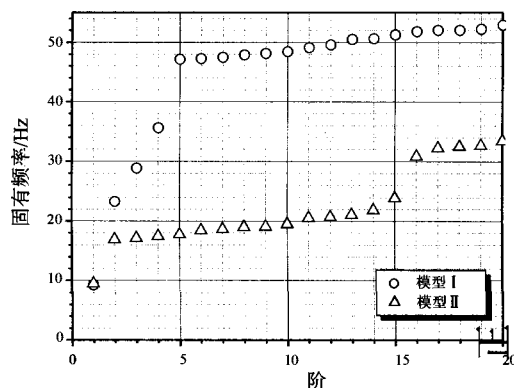


图 3 模型 I 和模型 II 的 1~20 阶模态频率

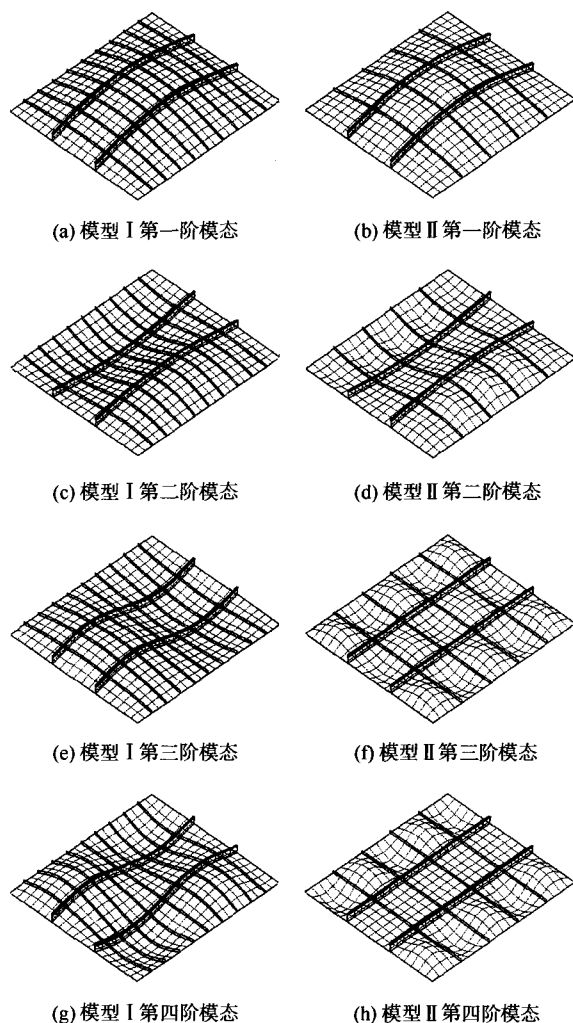
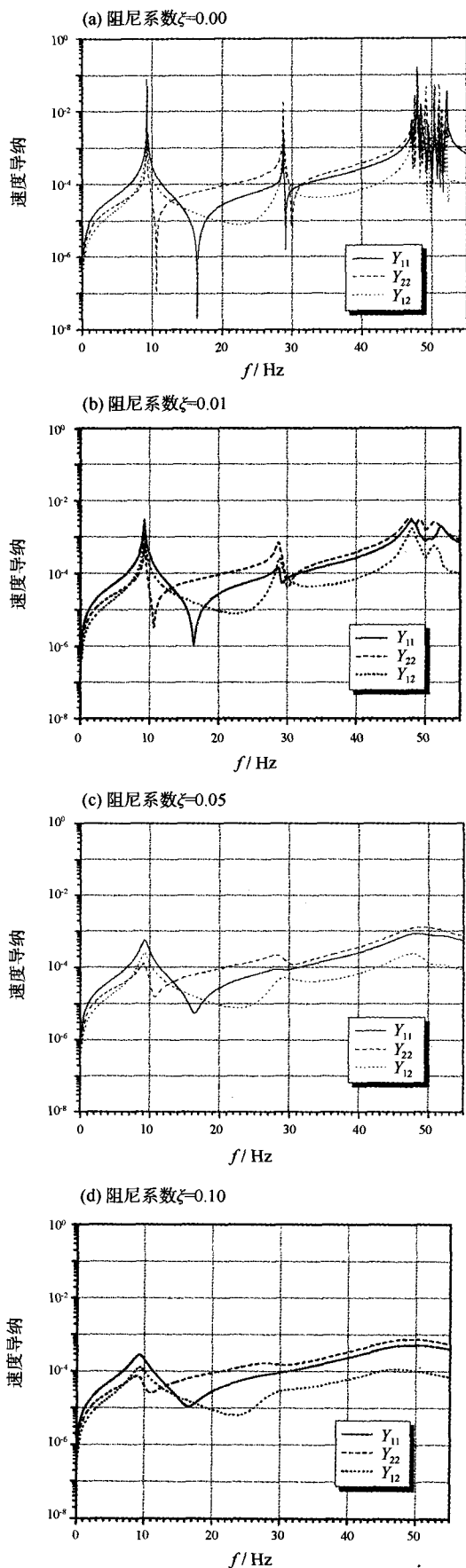


图4 模型 I 和模型 II 的 1~4 阶模态振型

从分析加筋板结构中的板、筋和桁材刚度及分布的关系可看出,两种分析模型的第一阶模态均为整体弯曲模态。随模态阶数增加,不同加筋密度模型对应的振型模态规律也有所不同,对加筋密度较大的模型 I,当模态阶数达到 5 阶以上时,振动模态振型显现为局部模态。从模态频率的变化分析,由图 3 可以看出整体模态频率增长比较明显,局部模态频率变化不大。从模态振型的变化分析,低阶整体模态振型是加筋板整体协调变形,板、筋和桁材均有相应的变形。随模态阶数的增加,相对刚度较强的桁材和筋几乎变形很小,模态振型反应为各个板格的变形。对于加筋密度稀疏的模型 II,整体模态仅仅就存在于第一阶。

3.4 加筋板阻尼对结构导纳的影响

针对图 1 所示,双向加筋模型 I,定义加筋板上#1 和#2 点的坐标分别为(4.4, 3.6, 0)和(1.2, 3.6, 0)。考虑不同结构模态阻尼情况下,双向加筋模型 I 的原点导纳和跨点导纳,图 5 分别给出了相应 Y_{11} 、 Y_{22} 和 Y_{12} 的计算结果。

图5 不同阻尼情况下的原点 Y_{ii} 导纳和跨点 Y_{ij} 导纳

从图 5 中可以看出,当阻尼系数 $\xi=0$ 时,结构的模态能明显地显现出来,且在模态频率处,结构的

原点导纳和跨点导纳的值均较大。随着阻尼的增加,结构的高阶模态响应逐渐衰减,当阻尼达到某个量级时,结构的原点导纳和跨点导纳在高阶处的频谱曲线趋于平缓,各模态频率响应峰值也逐渐减小,尤其是跨点导纳峰值的减小更为明显。但是,在低频模态频率处,原点导纳与跨点导纳的峰值大小的差异并不显著。

3.5 激励点位置对结构导纳的影响

定义双向的加筋模型 I 上, #1 ~ #8 点的坐标分别为(4.4, 3.6, 0)、(1.2, 3.6, 0)、(3.6, 3.6, 0)、(2.8, 3.6, 0)、(2.0, 3.6, 0)、(4.4, 3.2, 0)、(4.4, 2.0, 0)和(4.4, 1.2, 0)。取阻尼为 $\xi = 0.05$, 图6分别给出了各点原点导纳的计算结果。

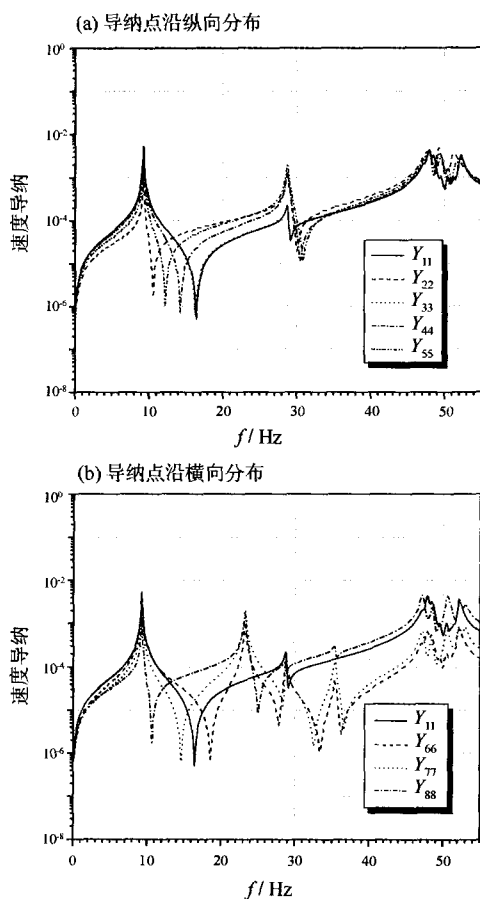


图6 板上不同位置的原点导纳

从图6中可以看出,由于导纳受结构模态特性的影响,因此,在不同的桁材和加筋位置处的原点导纳有明显差异。无论是沿桁材方向还是加筋方向,导纳点越靠近加筋板边界时,结构导纳的值在整个频段上起伏得越大。当沿桁材方向,各点的结构导纳变化趋势基本相同;当沿加筋方向,由于加强筋的分布位置影响,导致其被激起的模态频率阶数有所不同。引起这种现象的原因是各节点处结构变形的不同。

3.6 边界条件对结构导纳的影响

应用图1所示双向加筋模型 I, 定义板上 #1 和 #8 点的坐标分别为(4.4, 3.6, 0)和(4.4, 1.2, 0.0)。取结构模态阻尼为 $\xi = 0.05$, 在不同边界条件的情况下,计算了原点 Y_{11} 导纳和跨点 Y_{18} 导纳。其中 C、S 和 F 分别表示为板的边界条件为固定、简支和自由。

边界条件对结构的原点导纳和跨点导纳影响很大,如图7所示。当加筋板四边有约束时,结构导纳在模态频率处值较大。当存在自由边界时,由于没有边界的约束,结构的模态振型有所改变,因此结构导纳的值在模态频率处有所减少,但是低频范围内激起的频峰较多。

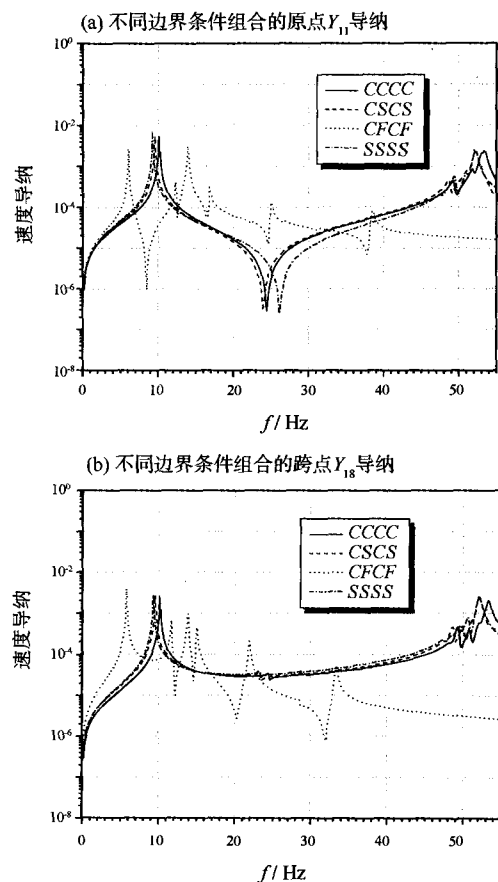


图7 不同边界条件的原点导纳和跨点导纳

3.7 加筋的疏密程度对结构导纳的影响

定义双向加筋板上 #2 和 #3 点的坐标分别为(1.2, 3.6, 0)和(3.6, 3.6, 0)。通过比较分析模型 I 与分析模型 II 的原点 Y_{33} 导纳和跨点 Y_{32} 导纳,得到如图8所示的计算结果。

从图8中可以看出,加筋的疏密程度对结构的导纳影响很明显,当减少加强筋个数时,由于结构的固有频率减小,无论是原点导纳还是跨点导纳的共振峰均向着低频方向推移。

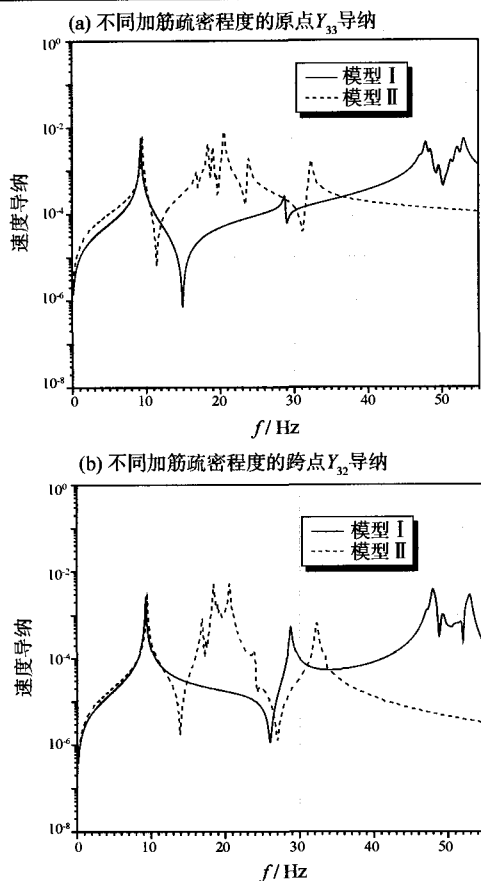


图8 不同加筋疏密程度的原点导纳和跨点导纳

4 结论

通过对两种加筋模型复合材料层合板的计算,讨论了结构不同阻尼、不同位置、不同结构边界条件及加筋疏密程度对原点导纳和跨点导纳的影响,由计算结果可以看出:

1) 结构阻尼对导纳的影响如图5所示。阻尼系数对原点导纳和跨点导纳均有减少的作用,随着阻尼系数的增大,结构的导纳峰值有所下降,但是在低频段导纳的峰值变化并不显著。由此,只有当阻尼增加到一定程度时,即跨点导纳与原点导纳在整个频段有较大的差异时,忽略跨点导纳的影响的计算才可行。

2) 不同的结构边界条件和加筋疏密程度对结构的模态影响很大,如图9所示,其使得结构模态呈整体模态和局部模态,整体模态受到结构板、筋和桁材的综合影响,而局部模态仅仅是筋与桁材间板格的振动。因此,关心位置在不同频率对应的模态的原点与跨点导纳就出现不同的特征,是结构减振设计时需要注意的。

本文仅对构建的双向加筋结构振动模态和导纳进行了分析,建立的方法也可应用到舰船实际基座结构的动力分析中,对设计起到参考作用。

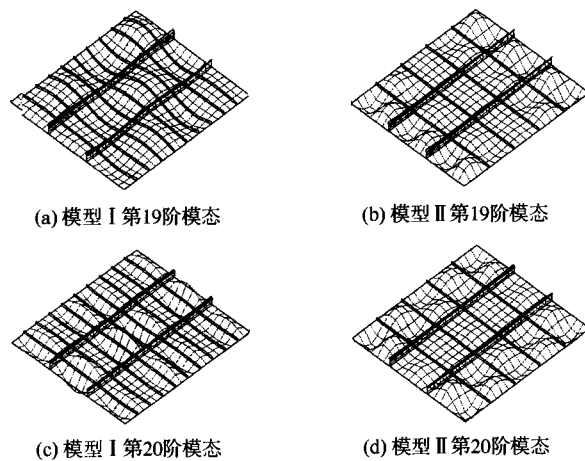


图9 模型 I 和模型 II 的 19~20 阶模态振型

参考文献

- [1] 张令弥. 机械阻抗技术在振动分析中的应用[J]. 南京航空航天大学学报, 1980(2): 38-70.
- [2] 钱斌, 杨世兴, 李志舜. 有效线导纳的仿真研究[J]. 声学学报, 2004, 29(2): 137-142.
- [3] 行晓亮, 王敏庆, 盛美萍, 等. 简直板导纳特性研究[J]. 噪声与振动控制, 2005(6): 1-3.
- [4] HAMMER P, PETERSSON B. Strip excitation. Part I: Strip mobility [J]. Journal of Sound and Vibration, 1989, 129(1): 119-132.
- [5] DAI J, LAI J C S, WILLIAMSON H M, et al. Investigation of vibration power transmission over a rectangular excitation area using effective point mobility [J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 225(5): 831-844.
- [6] 戴珏. 矩形面导纳的理论计算与分析[J]. 声学学报, 2001, 26(2): 169-173.
- [7] REDDY J N. Mechanics of laminated composite plates and shells [M]. Boca Raton: CRC Press, C1997.
- [8] 张少实, 庄茁. 复合材料与粘弹性力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [9] 沈观林, 胡更开. 复合材料力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- [10] 吴鸿庆, 任侠. 结构有限元分析[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2002.
- [11] KOH Y K, WHITE R G. Analysis and control of vibrational power transmission to machinery supporting structures subjected to a multi-excitation system. Part I: Driving point mobility matrix of beams and rectangular plates [J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 196(4): 469-493.
- [12] 师俊平, 刘协会, 赵巨才. 任意铺设复合材料层合板的自由振动[J]. 西安理工大学学报, 1997, 13(2): 146-151.
- [13] 倪振华. 振动力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1989.