

# 利用抛物线方程方法计算目标 RCS

方重华 易学勤 宋东安

中国舰船研究设计中心,湖北 武汉 430064

**摘要:** 目前的 RCS 计算方法主要是低频算法(如 MoM、FEM、FDTD)和高频近似方法(如 PO、GTD、UTD)。这两种方法各有利弊,低频算法主要处理的目标电尺寸小于或等于波长的量级,而高频近似方法则在处理上百个波长的目标时更为擅长。因此,对于几个波长和数十个波长的目标,使用一种抛物线方程方法计算 RCS,推导出了用于计算目标 RCS 的三维抛物线方程。为了显示方法的有效性,计算了一个导体球的 RCS,并与解析解对比,二者吻合得相当好。

**关键词:** 抛物线方程; RCS; 低频算法; 高频近似法

**中图分类号:** U674.7

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1673-3185(2008)02-68-02

## RCS Computation of Objects Using Parabolic Equation

Fang Chong-hua Yi Xue-qin Song Dong-an

The National Key Lab. of EMC, China Ship Development and Design Center, Wuhan 430064, China

**Abstract:** Nowadays, the computation algorithms of RCS can be categorized into two groups, that is accurate algorithm (such as FEM, FDTD, MoM) and high frequency approximation (PO, GTD, UTD). Each of them has their own advantages and disadvantages. The former mainly deals with the objects with dimensions of almost one wavelength, while the latter often handles the objects with dimensions of almost hundreds of wavelengths. Therefore, as for the objects with dimensions from tens to hundreds of wavelengths, we developed a parabolic equation method to compute the RCS of objects. In this paper, the computation expression of RCS of objects is derived. In order to show the validity of parabolic equation, the RCS of a conductive sphere is computed and the results agree well with analytic results.

**Key words:** parabolic equation method; RCS; low frequency algorithm; high frequency approximation

## 1 引言

长期以来,目标 RCS 的计算一直是电磁领域研究的一大热点。相关的算法有很多,如高频近似方法中的 GO、PO、GTD 以及低频算法中的 FDTD、FEM、MoM 等<sup>[1]</sup>。其中的高频近似方法主要是针对电尺寸在数十个波长之上的目标计算效果较好,尺寸若进一步减小则结果精度难以保证;而低频算法则主要用于与波长相当(或小于)的目标计算中,虽然精度较高,但是随着目标电尺寸的增大,其计算需求按指数增长,以致计算时间和所需内存极大。

抛物线方程方法首先是在计算地球表面的电磁波绕射时引入电磁计算之中<sup>[2]</sup>。近些年来,抛

物线方程方法在电磁学和声学领域的散射计算之中展现出了独特的功效<sup>[3]</sup>,尤其是针对几个至几十个波长目标的散射特性计算相当有效。因此,在本文中,我们推导出抛物线方程方法关于目标 RCS 的计算表达式,最后计算了一个导体球的 RCS,其结果与解析解符合得很好。

## 2 抛物线方程方法

本文主要处理三维的抛物线方程,在所有表达式中,时谐因子  $e^{-j\omega t}$  一律略过不写出。对于水平极化的情况,电场  $E$  只有一个非零分量  $E_x$ ;而垂直极化的情况,磁场  $H$  只有一个非零分量  $H_z$ 。因此,我们可以用如下函数表征两种极化

收稿日期: 2008-03-18

基金项目: 装备预研支撑技术项目(62201010302)

作者简介: 方重华(1980-),男,博士研究生。

情况。

$$u(x, y, z) = \psi(x, y, z) \exp(-ikx) \quad (1)$$

由于抛物线方程是波动方程的傍轴近似,所以我们令  $x$  轴为传播方向(即傍轴)。此处,由于  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ ,所以将式(1)代入波动方程中可得下式:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 n^2 \psi = 0 \quad (2)$$

换用  $u$  表示,上式可变为:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2ik \frac{\partial u}{\partial x} + k^2(n^2 - 1)u = 0 \quad (3)$$

这里,令

$$P = \sqrt{\frac{\partial^2}{k^2 \partial x^2} + \frac{\partial^2}{k^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2}{k^2 \partial z^2} + n^2} \quad (3)$$

可以变为:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2ik \frac{\partial u}{\partial x} + k^2(P^2 - 1)u = 0 \quad (4)$$

即

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x} + ik(1 + P) \right] \left[ \frac{\partial}{\partial x} + ik(1 - P) \right] u = 0 \quad (5)$$

对式(5)进行分解可得如下对方程。

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -ik(1 - P)u \quad (6a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -ik(1 + P)u \quad (6b)$$

式(6a)、式(6b)分别描述沿  $x$  轴正向和反向传播的电磁波。接下来,我们将利用二元函数的泰勒一阶展开来简化式(6a)。

令

$$P = \sqrt{Y + Z + 1} \quad (7)$$

这里,  $Y = \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 1, Z = \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + n^2$

令式(7)做泰勒级数的一阶近似。

$$P = 1 + \frac{Y + Z}{2} + o(YZ) + o(Y)^2 + o(Z)^2 \quad (9)$$

带入式(6a)中可得:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{ik}{2}(Y + Z)u \quad (10)$$

即

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{i}{2k} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{ik}{2}(n^2 - 1)u = 0 \quad (11)$$

式(11)即标准的抛物线方程。可以将式(11)离散化以计算目标的 RCS。积分域为包含目标的矩形体,边界条件设为 PML(图 1)。

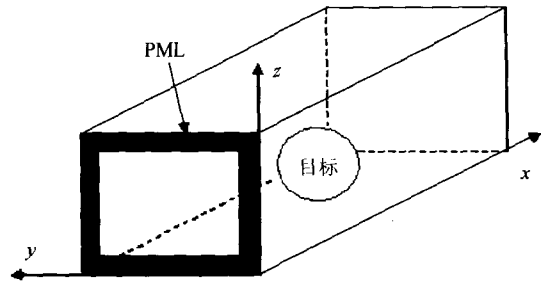


图 1 积分域及 PML 吸收边界条件

因此,我们可以导出积分域内任一点  $x_0$  总场的表达式:

$$u(x, y, z) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(x_0, y', z') \cdot \left[ ik \frac{(x - x_0)}{d(y', z')} - \frac{1}{d(y', z')} \right] \frac{e^{ikd(y', z')}}{d(y', z')} dy' dz' \quad (12)$$

上式中,

$$d(y', z') = \sqrt{(x_0 - x')^2 + (y_0 - y')^2 + (z_0 - z')^2}$$

RCS 的表达式为:

$$\sigma(\theta, \phi) = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \left| \frac{u^i(x, y, z)}{u^i(x, y, z)} \right|^2 \quad (13)$$

式中,  $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta \cos \phi, z = r \sin \theta \sin \phi$ 。

如果我们假设入射波为单位强度的平面波,设  $\theta, \phi$  分别为入射波与  $y$  轴和  $z$  轴的夹角,表达式如下。

$$u(x, y, z) = \exp(ik(x(\cos \theta - 1) + y \sin \theta \cos \phi + z \sin \theta \sin \phi)) \quad (14)$$

再考虑到抛物线方程的傍轴近似,式(13)可以变为:

$$\sigma(\theta, \phi) = \frac{k^2 \cos^2 \theta}{\pi}$$

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u^s(x_0, y', z') e^{-ik \sin \theta (y' \cos \phi + z' \sin \phi)} dy' dz' \right|^2 \quad (15)$$

### 3 计算结果

为了证明抛物线方程方法的有效性,计算了一个半径为 1 m 的导体球的双站 RCS。入射波频率为 600 MHz,入射角为零度,即同轴向入射。如图 2 所示,抛物线方程方法和解析方法的结果吻合得相当好。在后向散射方向(即  $\theta = 0^\circ$ )附近,二者完全一致,随着对轴向的偏离,  $\theta$  变大,二者出现微小的偏差。然而,这个偏差显然是很小的,足以满足大多数情况下计算精度的要求。  
(下转第 76 页)

